CC BY 4

College of Basic Education Research Journal

https://berj.uomosul.edu.iq/

Interpolation for Environmental Application Using Kriging Spatial Technique

Safa Muhammad Ibrahim **Ghanim Mahmood Dhaher**

University of Mosul, College of Education for Pure Science, Department of Mathematics Sciences, Mosul, Iraq.

Article Information

Article history:
Received: April 6,2025
Reviewer: June 10, 2025
Accepted: June 16, 2025
Available online: September, 2026

Keywords:
spatial statistics,
ordinary kriging,
covariance functions,
soil data.

Correspondence:
Safa Muhammad Ibrahim
Email:
safa.es423@student.uomosul.edu.iq

Abstract

This research deals with the use of a technique of spatial interpolation, which is known as the prediction of the values of the spatial variable at unmeasured points. The usual Kriging method was used to obtain the best mathematical model. The experimental variogram function was applied to the spatial data of soil compounds data for Mosul/Iraq. The data consists of (121) real values for each of the soil properties (PH, SO4=, NO3-, PO4-, EC). The objectives of this research are to explore the properties of the variogram function under the real data in all compass directions. By applying this data to the prediction formulas, accurate results were obtained that prove the validity of the uncertainty. What supports these results is the minimum error variance and the results of the weights that give the sum equal to one in the prediction process as well as the results of the prediction accuracy verification procedures. Through the prediction values that were reached, the best mathematical model was reconciled through the basic variance functions. In conclusion, this improvement in the prediction process does not depend on the most widely used statistical methods, but higher quality and a large number of environmental variables should be used to improve the predictions, and sometimes the distance and weights are the closest results to the Normal model and cross-validation shows better performance of kriging techniques with the closest interpolation model(exponential, spherical and Gaussian).All programs used in this research were implemented in MATLAB language.

P-ISSN: 1992–7452 **E-ISSN:** 2664-2808

الاستكمال المكاني في التطبيق البيئي باستخدام تقنية كريكنك

صفا محمد ابراهيم غانم محمود ظاهر

جامعة الموصل، كلية التربية للعلوم الصرفة، قسم الرياضيات، موصل، العراق.

المستخلص

يتناول هذا البحث استخدام تقنية الاستكمال المكاني والتي تعرف بالتنبؤ بقيم المتغير المكاني عند النقاط غير المقاسة، وقد تم استخدام طريقة كريكنك المعتادة للحصول على أفضل نموذج رياضي من خلال الحصول على أفضل تنبؤ غير خطي ومتحيز، وتم تطبيق دالة الفايروكرام التجريبية على البيانات المكانية لبيانات مركبات التربة للموصل/العراق، وتتكون البيانات من (121) قيمة حقيقية لكل من خصائص التربة (PH, SO4=, NO3−, PO4−, EC). وتتلخص أهداف هذا البحث في استكشاف خصائص دالة الفايروجرام تحت البيانات الحقيقية في جميع اتجاهات البوصلة؛ لتوفير تقدير لمعلمات نماذج التباين بناءً على المتغيرات الإقليمية المعتمدة. ومن خلال تطبيق هذه البيانات على صيغ التنبؤ، تم الحصول على نتائج دقيقة تثبت صحة عدم اليقين، وما يدعم هذه النتائج هو تباين الخطأ الأدنى ونتائج الأوزان التي تعطي المجموع مساويا لواحد في عملية التنبؤ وكذلك نتائج إجراءات التحقق من دقة التنبؤ. ومن خلال قيم التنبؤ التي تم التوصل إليها تم التوفيق بين أفضل نموذج رياضي من خلال دوال التباين الأساسية وفي الختام فإن هذا التحسن في عملية التنبؤ لا يعتمد على أكثر الطرق الإحصائية استخداما بل يجب استخدام جودة أعلى وعدد كبير من المتغيرات البيئية لتحسين التنبؤات وأحيانا تكون المسافة والأوزان هي أقرب النتائج للنموذج الطبيعي ويظهر التحقق المتبادل أداء أفضل لتقنيات الكريكنك أقرب نموذج استكمال (أسي، كروي وكاوس) وقد تم تنفيذ البرامج المستخدمة في هذا البحث بواسطة لغة ماتلاب.

الكلمات المفتاحية: الإحصاء المكاني، كريكنك الاعتيادي، دوال التغاير، بيانات التربة.

1. المقدمة

تم تعريف الاستكمال المكاني على أنه التنبؤ بقيم المتغير المكاني عند نقاط داخل نفس المنطقة من مواقع العينات بينما يسمى التنبؤ بالقيم عند نقاط خارج منطقة الدراسة بالملاحظات خارج منطقة الدراسة Interpolation Extra يعتقد عادة أن الإحصاء الجيولوجي قد نشأ من أعمال Krige (1951) في الجيولوجيا والتعدين، ولكن يمكن إرجاعه إلى أوائل العقد الأول من القرن العشرين في الهندسة الزراعية وثلاثينيات القرن العشرين من الأرصادات الجوية. تم تطوير التنبؤ من قبل Mathurin (1963) بنظريته حول المتغيرات الاقليمية (Regionalized variables). كريكنك هو اسم عالم لعائلة من خوارزميات الانحدار ذات المربعات الصغرى المعممة، المستخدمة تقديراً للعالم Krige (1951). وقد استخدمت الإحصاءات التصادفية المكانية في العديد من المجالات مثل علم الأرصاد الجوية والهدروجين بالإضافة الى تطبيقات فيزياء التربة والمجالات البيئية والهندسية, كما انها ساهمت في التنبؤ بالحركات الأرضية والزلازل. وقد أجريت الكثير من الأبحاث باستخدام الإحصاء الجيولوجي لتقدير تلوث الهواء في المدن، وكذألك في تخصصات الهندسة الصحية وهندسة البيئة مع الإشارة الى أهمية هذا المجال في تقديم حلول تطبيقية متعددة. التنبؤ في العملية التصادفية المكانية يعود الى Mathurin في سلسلة ابحاثه (1963, 1965, 1971, 1973) على استخدام أسلوب (Bayesian Approach) في عملية التنبؤ باستخدام تقنية تعرف بتقنية Krigingولا تزال الأبحاث جاريه في هذا المجال. تتطلب تقنيات الاستكمال الجغرافي الإحصائي وصفًا وتحليلًا دقيقًا للتباين المكاني في عملية التنبؤ لمختلف البيانات البيئية (الاسم والسنة). على سبيل المثال، تعطينا المعلومات المتعلقة بالخصائص الكيميائية للتربة فكرة جيدة لتقييم ومسح التباين المكاني للتربة. يتضمن موضوع التنبؤ بالعملية العشوائية المكانية إجمالي قيم البيانات المكانية التي يتم الحصول عليها من المناطق التي توجد بها نباتات طبيعية أو مياه جوفية أو خامات معدنية (Ali and Dhahir, 2023; Oliver, and Webster, 2014). إحصاءات الجيولوجيا هي تقنية لوصف وتحليل التباين المكاني للتنبؤ بمعلمات التربة في العلوم البيئية والزراعة. تشمل العديد من الدراسات القائمة على دراسة التباين المكاني لعوامل التربة الكيميائية من خلال مقارنة انحدار كريكنك الطبيعي وانحدار كريكنك لنسبة التربة (Wackernagel, 2003; Xu and Zhang, 2023). يعد الاستكمال المكاني أحد أكثر الطرق المعقولة والفعالية المستخدمة لتوفير أفضل التنبؤات للنقط غير المعروفة. وقد تم استخدامها في العديد من الدراسات السابقة تُسمى مجموعة طرق الاستكمال المكاني (الكريكنك الشامل، والكريكنك مع الانجراف الخارجي) بالمجموعة "الهجينة.

2. مواد البحث وطرائقه

2.1. المتغير العشوائي المكاني

في الاحصاء الرياضي او التطبيقي توجد متغيرات تسمى متغيرات اعتيادية مثل x, y, z اما في الإحصاء المكاني او ما يسمى بالإحصاء الجيولوجي (Geostatistics) فإن المتغيرات تمتلك قيم تمثل المواقع قيمة تمثل الظاهرة سوآءا كانت على سطح الارض او خارج الارض او في باطن الارض فإذا كانت لدينا منطقة الدراسةD في فضاء إقليدس بحيث $x \epsilon D \subseteq R^p$ إما ($p = 2$ في المستوي،$p = 3$ في الفراغ) فان المتغير المكاني $z(x)$ يعرف بانه x مواقع مكانيه، z هي قيمة الظاهرة (مياه جوفية، ابار نفط، بيانات تربة). (علي، وضاح، 2023)

2.2. عزم من الرتبة الأولى

x متغير عشوائي في النقطة $Z(x)$ بحيث ان xمتغير عشوائي لها توقع

$$\mathbb{E}\{ z(x)\} = \mu , \forall x \in D$$

2.3. مرحلية الرتبة الثانية (عزم الرتبة الثانية)

$z(x)$ مرحلية من الرتبة الثانية اذا تحققت الشروط التالية: –

1 – إذا كان المتغير العشوائي $z(x)$ لا يعتمد على الموقع وموجود اي انه

$$\mathrm{E}\{ z(x)\} = \mu , \forall x \in D$$

2 – $\{z(x), z(x+h)\}$ زوج من المتغيرات العشوائية تغايرها معرف ويعتمد على الازاحة h فقط

$$\sigma(h) = \mathrm{E}[z(x) , z(x+h)\} - \mu^2$$
$$= cov\{Z(x) , Z(x+h)\} \quad , \forall x, x+h \epsilon D$$

وفرضية مرحلية من الرتبة الثاني تفترض وجود التباين والتغاير المنتهي المحدد finite

$$var\{ z(x)\} = \sigma(0) = \sigma^2$$

2.4. الفرضية الحقيقية (الأَساسية)

$z(x)$ يسمى متغير عشوائي حقيقاً إذا كان: –

1) التوقع معرف ولا يعتمد على الموقع

$$\mathrm{E}\{z(x)\} = \mu\,, \forall\, x \in D$$

2) الزيادة $\{z(x+h) - z(x)\}$ لها تباين لا يعتمد على xويكون منتهي ولكل متجه h اي ان

$$Var\{z(x+h) - z(x)\} = \mathrm{E}[z(x+h) - z(x)]^2 - (\mathrm{E}[z(x+h) - z(x)]^2 = 2\gamma(h)$$

$$,\forall x\,, x+h \in D$$

2.5. خواص داله التغاير الذاتي

رمز داله التغاير $C(h)$ يمتلك الخواص التالة

1) $c\,(0) = Var\,\{z(x\}$

2) $c\,(h) = c\,(-h)$

المتزايدة وان دالة التغاير التي تدرس هذا h يدرس الازاحة $z(x+h)$ $z(x)$التراابط بين المتغيرين التعميم مع نقطة الأصل بالمقابل لذلك فان دالة الفايروكرام تزداد بعد نقطة الأصل

$$\gamma(0) = 0,$$

$$\gamma(h) = c(0) - c(h) \qquad (1)$$

(Ali and Dhahir, 2023; SALEHI and Oral 2023)

2.6. دالة الفايروكرام

اقترح العالم Krigeدالة الفايروكرام عندما لاحظ ان التباينات بين المشاهدات العشوائية تكون كثيرة وغير موجودة وتؤدي الى نتائج غير حقيقية بسبب ان قيم معاملات الارتباط تكون متغيرة.

تستخدم هذا الدالة لمعرفة التباين المكاني بين قيم المتغيرات. إذا كان التباين بين القيم يعتمد فقط على المسافة (الازاحة) بين النقاط وليس على موقعه تعرف دالة الفايروكرام بواسطة Krige في عام (1951) من خلال الصيغة الرياضية التالي

$$2\gamma\,(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \qquad (2)$$

حيث ان

$2\gamma\,(h)$: – دالة الفايروكرام عند الازاحة h

$n(h)$: – عدد الأزواج التي تفصل بينها المسافة h

$z(x_i)$: – قيمة الظاهرة عند المواقع x_i $i = 1, 2, \dots\dots, n(h)$

$z(x_i + h)$: – قيمة الظاهرة عند الموقع $x_i + h$

تشير هذه الصيغة الى متوسط مربعات الاختلاف بين القيم التي تفصل بينها مسافة h. وهي تعكس درجة استمرارية الظاهرة ضمن منطقة الدراسة. في تحليل البيانات المكانية وتقدير نماذج دالة الفايروكرام تعتبر الفروقات المكانية بين المشاهدات النقطية التي تفصل بينها مسافة hعنصراً أساسياً في الإحصاء المكاني. يمثل عدد ازواج المشاهدات التي تفصل بينها h بالرمز $n(h)$ وتعرف القيم عند تلك المشاهدات ب $z(x_i)$ (كريسي، 1985)

2.6.1. سلوك الفايروكرام بالنقاط الاتية: –

- عندما تزداد المسافة h *بين* المشاهدات يزداد التباين تدريجياً حتى يصل الى قيمة ثابتة عند مسافة معينة تعرف بالمدى Rang
- بعد هذه المسافة يلاحظ استقرار دالة لفايروكرام عند قيم ثابتة مما يشير الى انتهاء التبلين المكاني او اختفاء الظاهرة المدروسة

2.6.2. دالة الفايروكرام الموحد الخواص

دالة $2\gamma(h)$ تحسب لمجموعة من البيانات وبشكل عام تعتمد على مقدار المسافة h واتجاه الازاحة إذا كانت الدالة تتحقق لكل اتجاه فإنها تسمى Isotropic variogram أي موحد الاتجاه بالتالي فان $\gamma(h) = \gamma(|h|)$ وفيما عدا ذلك تسمى غير موحدة الخواص An.Isotropic variogram

2.6.3. صفات دالة شبة الفايروكرام موحد الخواص

تتميز دالة شبه الفايروكرام الموحد بالخواص التالية:

أ/ خاصية التباين عند الصفر $\gamma(h) = \sigma(0) - \sigma(h)$

ب / نهاية الفايروكرام عند اللانهاية $\lim_{n\to\infty} \gamma(h) = \sigma(0) = \sigma^2$

ج / تأثير النقطة (Nugget Effect)

$$\lim_{h\to\infty} \gamma(h) = \psi_{\circ} \neq 0$$

في بعض الحالات قد تنعدم هذه الظاهرة بحيث: –

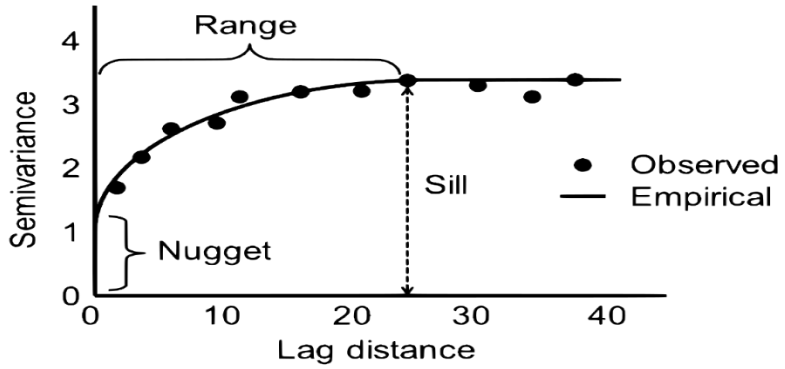
$$\lim_{h\to\infty} \gamma(h) = 0$$

د/ $\gamma(h) = \sigma^2 \ , h > a$,

$$\sigma 2 \ = \ \psi 0 \ + \psi, \quad \psi 0, \psi > 0$$

حيث ان σ^2 تسمى sill وهي التباين بين المشاهدات

(*Ali and Dhahir, 2023; Ibrahim and Dhaher, 2022*)



شكل (1) خصائص دالة الفايروكرام

2.7. تنبؤ العملية التصادفية

ان النظريات المتعلقة بالعمليات الفراغية (المكانية) تعود الى نظرية التنبؤ التي طورها (Wiener – Kolmogorov) وتوسعت بصورة رئيسية من قبل (Matheron)، حيث استخدمت بصورة أساسية في صناعة التعدين وقد أطلق (Matheron) التسمية على عمليات التنبؤ المستخدمة في التعدين باسم Kriging نسبة الى الجنوبي الأفريقي krige وقد تم تطوير هذا المفهوم لأخذ وجهات نظر متعدد من المعالجات الإحصائية المختلفة (Somayasa, 2021 ; Brovelli et al., 2003).

2.8. التنبؤ الابتدائي

لتكن $z_i = z(x_i)$ حيث تمثل $z_i \ , i \ = \ 1 \ , 2 \ldots n$ الظواهر (المشاهدات) عند النقاط x_i (المواقع) حيث.

$x_i = x_1, x_2 \ ,\ldots,\ x_n$ بالنظر الى هذه المشاهدات لأجل الحصول على أفضل مقدّر ل $z(x)$عند الموقع $x_\circ$ ان أفضل مقدّر خطي غير متحيز Best linear unbiased estimator (BLUE)

للتنبؤ بالقيمة عند النقطة $x = x_\circ$ هو $z(x_\circ)$كما قدمه العالم Cressie في عام (1985) باعتباره أحد الرواد في هذا المجال.

لاستخدام طريقة كريكنك يجب وضع الفرضيات التالية:

1 – $z(x)$ عملية عشوائية مرحلية من الرتبة الثاني (Second – order stationary)

2 – $z(x)$ مرحلية بدلالة التغاير $c(h)$ حيث h يمثل المسافة الاقليدية بين المشاهدات.

3– $c^2(0) = c^2$ (محدود) منتهي Finite variance

(بروفيلي، 2003)

(Oliver and Webster, 2014; More and Halvorsen, 1989)

2.9. كريكنك الاعتيادي

في حالة كريكنك الاعتيادي تمتلك البيانات المعتمدة متوسط (ثابت) بدون اتجاه او غير متحيز (القيمة غير معروفة مسبقاً). عندما نريد توقع القيمة $z(x_\circ)$ في موقع غير معروف $z_\circ$ بأستخدام متوسط للقيم المعروفة في n من المواقع. $\{z(x_1)\ , z(x_2), \ldots\ldots\ldots z(x_n)\}$

وكان $\hat{z}(x_\circ)$ يمثل القيمة المراد التنبؤ عنها) فانه يمكن ايجاد خطأ التقدير من خلال المعادلة التالية: –

$$\hat{z}(x_\circ) - z(x_\circ) = \hat{z}_\circ - z_\circ \qquad (3)$$

والتوقع لـ $z, \hat{z}$ يعطى من خلال العلاقة التالية:

$E(\hat{z}_\circ - z_\circ) = 0$

في كريكنك الاعتيادي (Ordinary Kriging) والتي يرمز لها بالرمز (OK) البيانات المكانية $(z_i, i =$ $1, \ldots\ldots n)$ تكون معروفة عند التقاط $(x_i, i = 1, \ldots\ldots n)$ ويتم تفسيرها على انها حقل عشوائي ضعيف الاستقرارية $z(x)$ (Intrinsic Stationary) وله متوسط ثابت μ. المتوسط الثابت ليس بالضرورة ان يكون معروف. ليكن $z(x) = \mu + \sigma\ (x)$ حيث ان σ هو حقل عشوائي لمتوسط صفري. وهنا الفرضية تدل على:

$$E\left[\left(z(x_1)-z(x_2)\right)^2\right]=E[(\gamma(x_1)-\gamma(x_2))^2]=2\gamma(x_1,x_2) \qquad (4)$$

في ظل هذه الفرضية يمكن تعريف كريكنك الاعتيادي (Ordinary Kriging) (OK) على الشكل الاتي:

لدينا نقطة $x_\circ$، تقدير كريكنك الاعتيادي بالنسبة للنقطة $x_\circ$ منحاز الى البيانات $z(x_i), i=1,\dots,n$

$$\hat{z}(x_\circ)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i * z(x_i)$$

حيث $\hat{z}(x_\circ)$ القيمة المراد التنبؤ عنها، λ_i الاوزان، z القيمة الظاهرة، x_i المواقع.

ويمكن ملاحظة عدم التحيز: –

$$E[\hat{z}(x_\circ)]=E\left[\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\, z(x_i)\right]=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\, E[z(x_i)]=\mu\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$$

حيث ان $\mu=E[z(x_\circ)]$

اذا وفقط اذا كان مجموع معاملات المؤثر الخطي يساوي واحد يمكن تقديم الدالة بالشكل التالي:

$$c(\lambda_1,\dots,\lambda_n,\beta)=E\left[z(x_\circ)-\sum_{i=1}^{n}\left(z(x_i)\right)^2\right]-\beta\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i-1\right) \qquad (5)$$

حيث ان $c(\lambda_1,\lambda_2,\dots\dots\lambda_n,\beta)$ هي الحصول على اقل تباين من خلال هذه القيم $(\lambda_1,\lambda_2,\dots\dots\lambda_n,\beta)$ والدالة c تصل الى أدنى حد، ويمكن كتابة الدالة بالشكل التالي:

$$c(\lambda_1,\dots,\lambda_n,\beta)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(x_\circ,s_i)\sum_{i=1}^{n}\lambda_i[\gamma(x_\circ,x_i)-\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\gamma(x_i,x_j)-2\beta(\sum_{i=1}^{n}\lambda_{i-1})$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\lambda_i\lambda_j\gamma(x_i,x_j)+2\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(x_{\circ,},x_i)-2\beta(\sum_{i=1}^{n}\lambda_{i-1}).. \qquad (6)$$

حيث ان دالة الفاريوكرام_تشترط ان تكون سالبة أي أن:-

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\lambda_i\lambda_j\gamma(x_i,x_j)\leqslant 0, \qquad \sum_{i=1}^{n}\lambda_i=0$$

Audey ,et.al. , (2025)

2.10. أداء النموذج

باستخدام مقاييس صحة الخطأ نحصل على فكرة وفهم أفضل لدقة التنبؤ ومنها المقياس الأول والذي يعرف بمتوسط الخطأ التربيعي ويرمز له بالرمز (MSE) ويعطى بالعلاقة الاتية: -

$$MSE=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[\hat{z}(x_i)-z(x_i)]^2 \qquad (7)$$

والمقياس الثاني يمثل الجذر المتوسط لمربع الخطأ ويرمز له (RMSE) ويعطى بالعلاقة التالية: -

$$RMSE = [\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[[\hat{z}(x_i) - z(x_i)]^2]^{0.5} \quad (8)$$

كما انه يعطي إشارة الى مقدار تشتت التنبؤ عند الوسط. ويمكن ان يكون مرتبط بتباين النموذج. غالبا من الصعوبة تفسير قيمة RMSE بسبب عدم إمكانية معرفة فيما إذا كانت قيمة التباين منخفضة ام مرتفعة. ويتم الإشارة الى جذر متوسط مربع الخطأ Krige في كريكنك الاعتيادي باستخدام KRMSE والذي يعطى بالعلاقة التالية: –

$$KRMSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{[[\hat{z}(x_i) - z(x_i)]^2]^{0.5}}{\sigma_{ok,i}^2}\right\} \quad (9)$$

والتي تظهر دقة أكثر للتنبؤ على النقطة مثل معايير الاستكمال الاحصائي الجغرافي والتي تم حسابها باستخدام المعادلات أعلاه. (Kumar,2006)

وتم التعرف على مكونات دوال التغاير او دوال شبة الفاريوكرام للمتغيرات المكانية العشوائية التي اعتمد عليها علماء الإحصاء ومنها:

جدول (1) نماذج دوال التغاير وشبه الفايروكرام

ت	اسم النموذج	الصيغة (المعادلة)	التعليق
1	النموذج الخطي (Linear Model)	$\gamma(h) = \psi_\circ + \psi\, h$	الحركة البراونية
2	النموذج الكر وي (Spherical	$\gamma(h) = \begin{bmatrix} \psi_\circ + \psi\left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2}(\frac{h}{a})^3\right] \\ \psi_\circ + \psi \end{bmatrix}$	$0 < h < a$ $h > a$
3	نموذج كأوس Gaussian Model)(	$\gamma(h\|) = \psi[1 - exp(-h2/2a2)]$	
4	النموذج الاسي (Exponential Model)	$\gamma(h) = \psi_\circ + \psi[1 - exp(-h/a)]$	

في هذه النماذج a ،ψ , ψ_0 معلمات مجهولة تسمى مكونات دوال التغاير او دوال شبة الفاريوكرام للمتغيرات المكانية العشوائية (Omre, 1987; Ripley,1981).

3. النتائج والمناقشة:

3.1. منطقة الدراسة

البيانات المعتمدة في هذا البحث هي بيانات حقيقية لمركبات وخواص التربة التي تتالف من عينة لكل مركب(121) حيث تم الاعتماد على خواص التربة باخذ (PH , $SO4^{=}$, $NO3^{-}$, $PO4^{-}$, EC) أخذت هذه البيانات من سجلات مدينة الموصل لسنة (2022) لعينات التربة، العراق، الموصل طبقنا تجريبياً دالة الفايروجرام لهذه البيانات وفقاً للمعادلة (1). حصلنا على نتائج دالة الفايروجرام للبيانات المذكورة.

جدول (2) الإحصائية لبعض خواص بيانات التربة

Statistics / Soil	Minimum	Maximum	Mean	Mode	Medium	Stander deviation
PH	6.9100	7.5600	7.1566	7.2100	7.160	0.0841
$SO4^{=}$	262	755	527.7438	583	580	146.3019
$NO3^{-}$	3	13	10.3473	12	12	2.8259
$PO4^{-}$	0.0230	0.0750	0.0548	0.0550	0.0550	0.0112
EC	3.20000	36	19.0325	25.3	20.95	9.99

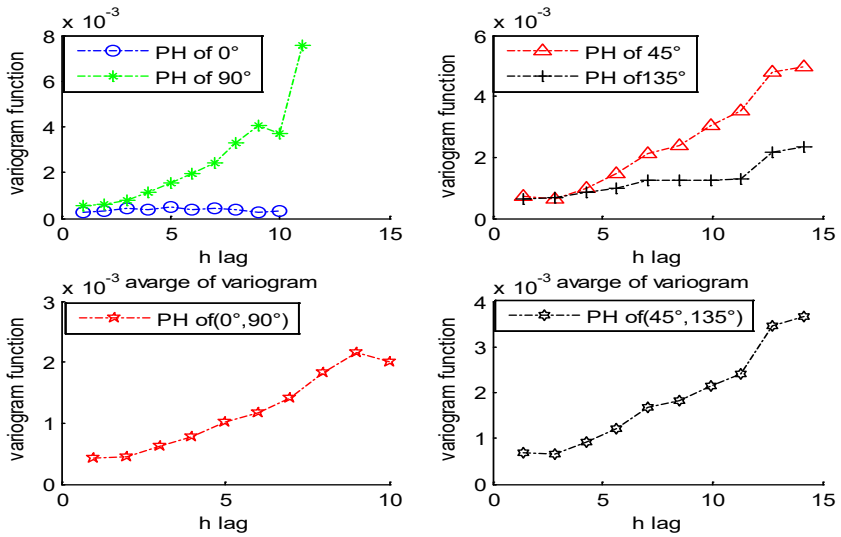
جدول رقم (2) يوضح الإحصائية لخواص بيانات التربة المعتمدة في هذا البحث ويتضمن اقل قيمة ، اعلى قيمة، المتوسط ، المنوال ، الوسيط والانحراف المعياري لبيلنات الأس الهيدروجيني(الدالة القاعدية) وايونات الكبريتات وايون النترات وايون الفوسفات والتوصلية الكهربائية. وتتكون البيانات من (121) قيمة لكل متغير من خواص التربة

جدول رقم(3) نتائج معدل دالة الفاريوكرام لخصواص بيانات التربة باتجاهات البوصلة الرئيسية

Average of variogram function									
PH		**$SO4^{=}$**		**$NO3^{-}$**		**$PO4^{-} * 1.0e-04$**		**EC**	
(0^{o}, 90^{o})	(45^{o},135^{o})	(0^{o}, 90^{o})	(45^{o},135^{o})	(0^{o}, 90^{o})	(45^{o},135^{o})	(0^{o}, 90^{o})	(45^{o},135^{o})	(0^{o}, 90^{o})	(45^{o},135^{o})
0.0004 0.0004 0.0006 0.0008 0.0010 0.0012 0.0014 0.0018 0.0022 0.0020	0.0007 0.0007 0.0009 0.0012 0.0017 0.0018 0.0022 0.0024 0.0035 0.0037	0.3369 0.6555 1.2314 2.1212 3.0581 4.0311 5.3598 6.1375 6.8105 6.4967	0.5186 1.1913 2.2429 4.0506 5.8549 7.9807 10.8880 12.7964 14.3535 15.1740	0.0002 0.0004 0.0006 0.0008 0.0009 0.0010 0.0012 0.0018 0.0026 0.0042	0.0003 0.0008 0.0012 0.0015 0.0017 0.0020 0.0024 0.0035 0.0053 0.0090	0.0617 0.0725 0.0706 0.0871 0.0916 0.0785 0.0978 0.0785 0.1324 0.2330	0.0793 0.0937 0.0981 0.0808 0.0983 0.0941 0.1581 0.1690 0.3005 0.6101	0.1963 0.4197 0.6835 1.1137 1.5990 2.1659 2.1975 2.3406 2.3060 2.3362	0.3653 0.8033 1.3332 2.1900 3.1402 4.2397 4.1551 4.3757 4.5219 4.4164

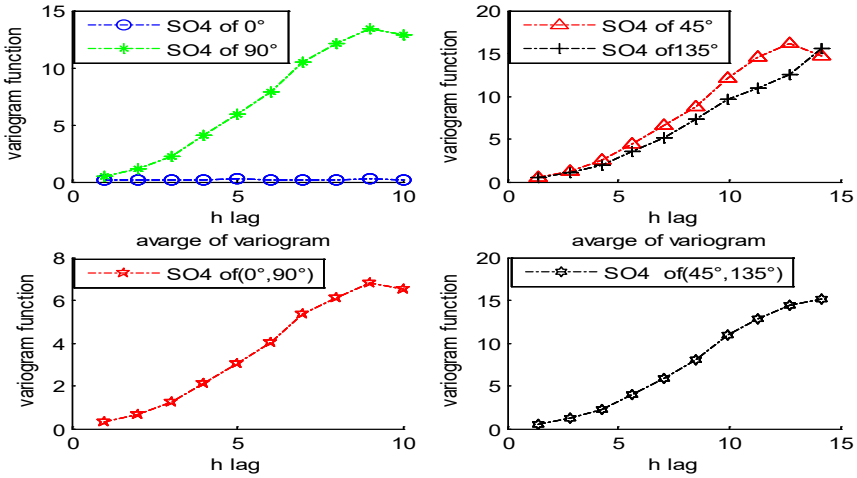
جدول رقم (3) نتائج معدل دالة الفاريوكرام باتجاهات البوصلة لخصواص بيانات التربة حيث يبين الزوايتين (0^{o}, 90^{o}).

ولكون ان الازاحة متساوية (h = 1 , 2 , ……., 10) وجدنا المعدل لدالة الفاريوكرام وكذلك بالنسبة للزاويتين (45° , 135°) تسلك سوك دالة التغاير (نموذج كاوس)



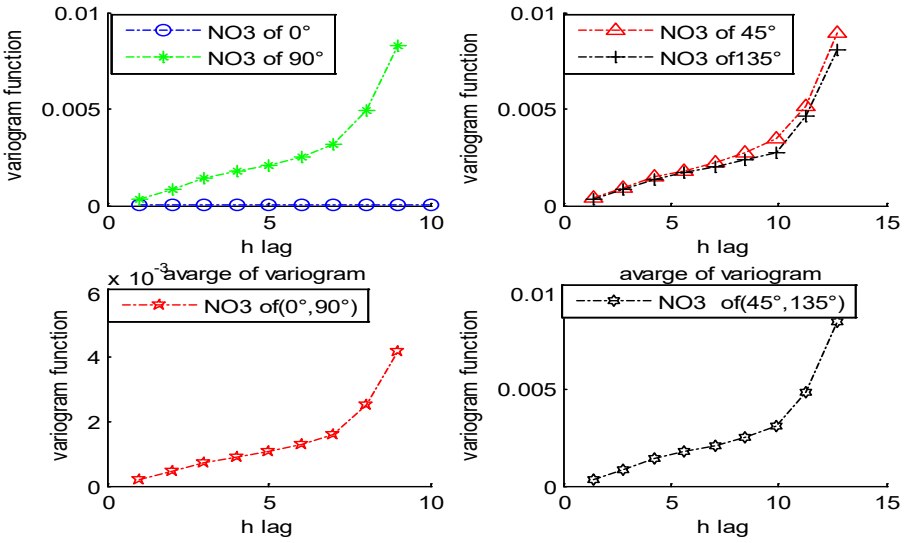
شكل (2) نتائج منحنيات دوال الفايروكرام ومعدلاتها لبيانات PH

شكل رقم (2): نتائج منحنيات ومخططات متوسط دالة الفايروجرام لبيانات التربة PH يوضح الشكل الأعلى يسارا منحني ثيتا 0 و90 ويوضح الشكل الأعلى يمينا منحني 45 و135,ويوضح الشكل الأسفل متوسط دالة الفايروجرام بين ثيتا 0 و90 (نفس الازاحة), وكذألك الموسط بين ثيتا 45 و135 (نفس الازاحة).



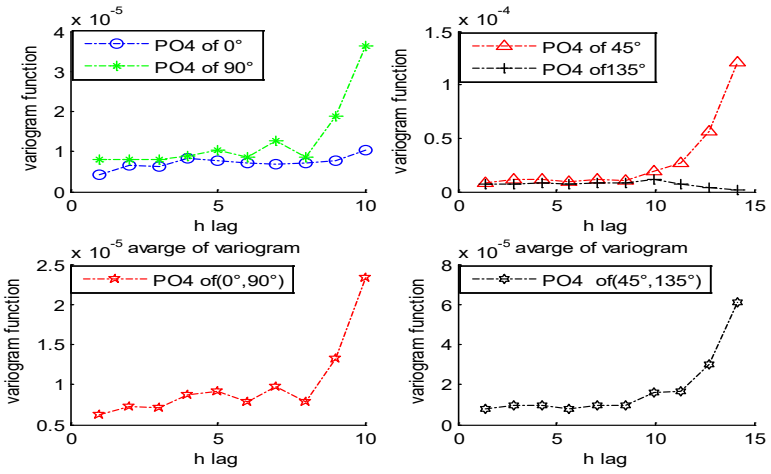
شكل (3) نتائج منحنيات دوال الفايروجرام ومعدلاتها لبيانات SO4

شكل رقم (3): نتائج منحنيات ومخططات متوسط دالة الفايروجرام لبيانات التربة SO4يوضح الشكل الأعلى يسارا منحني (90^{O} ,0 ^{O}) ويوضح الشكل الأعلى يمينا منحني ثيتا (^{O} 45 ,135^{O}) ,ويوضح الشكل الأسفل متوسط دالة الفايروجرام للزوايا التي لها (نفس الازاحة)، تسلك سوك دالة التغاير (نموذج كاوس)



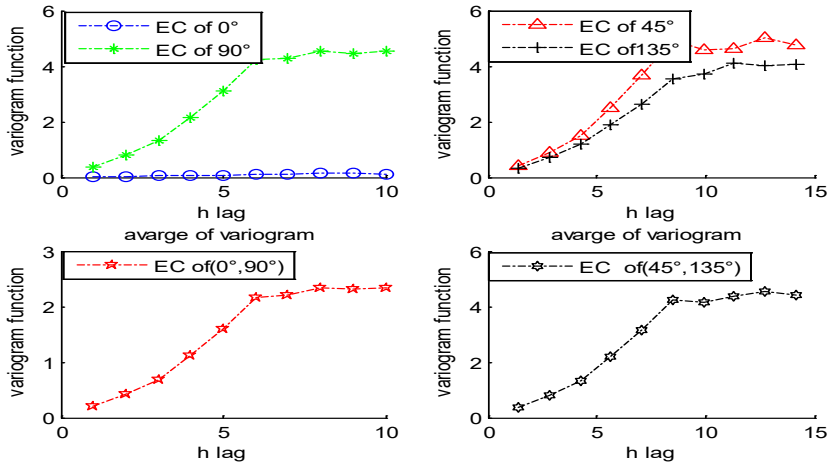
شكل (4) نتائج منحنيات دوال الفاريوكرام ومعدلاتها لبيانات NO3

شكل رقم (4): نتائج منحنيات ومخططات متوسط دالة الفايروجرام لبيانات التربة NO3 يوضح الشكل الأعلى يسارا منحني منحني (90^{O} ,0^{O}) ويوضح الشكل الأعلى يمينا منحني ثيتا (135^{O} ,45^{O}) ,ويوضح الشكل الأسفل متوسط دالة الفايروجرام للزوايا التي لها (نفس الازاحة). تسلك سوك دالة التغاير (النموذج الاسي)



شكل (5) نتائج منحنيات دوال الفاريوكرام ومعدلاتها لبيانات PO4

شكل رقم(5): نتائج منحنيات و مخططات متوسط دالة الفايروجرام لبيانات التربة PO4. يوضح الشكل الأعلى يسارا منحني (90^{O} ,0^{O}) ويوضح الشكل الأعلى يمينا منحني ثيتا (135^{O} ,45^{O}) ,ويوضح الشكل الأسفل متوسط دالة الفايروجرام للزوايا التي لها (نفس الازاحة). تسلك سوك دالة التغاير(النموذج الاسي)



شكل (6) نتائج منحنيات دوال الفاريوكرام ومعدلاتها لبيانات EC

شكل رقم (6): نتائج منحنيات ومخططات متوسط دالة الفايروجرام لبيانات التربة EC يوضح الشكل الأعلى يسارا منحني منحني (0^o, 90^o) ويوضح الشكل الأعلى يمينا منحني ثيتا (^{o} 45, 135^o) ,ويوضح الشكل الأسفل متوسط دالة الفايروجرام للزوايا التي لها (نفس الازاحة). تسلك سوك دالة التغاير (النموذج الكروي)

جدول (4) نتائج خصائص دالة الفاريوكرام لبيانات التربة باتجاهات البوصلة الرئيسية

Properties / Soil/Direction	Nugget Effect		Sill		Range	
	(0^o, 90^o)	(45^o, 135^o)	(0^o, 90^o)	(45^o, 135^o)	(0^o, 90^o)	(45^o, 135^o)
PH	0.0004273	0.0006607	0.002155	0.003659	9	12.73
$SO4^=$	0.3369	0.5186	6.81	15.17	9	12.73
$NO3^-$	0.0001655	0.0003121	0.004172	0.008951	9	12.73
$PO4^-$	6.174e-06	7.934e-06	2.33e-05	6.101e-05	9	12.73
EC	0.1963	0.3653	2.341	4.522	9	12.73

نتائج خصائص دالة الفاريوكرام لبيانات التربة باتجاهات البوصلة الرئيسية موضحة في جدول رقم(4) الذي يتضمن حيث الخواص الأساسية لدالة الفاريوكرام (تاثير الكتلة، التباين و المدى) اما الاتجاهات فهي اتجاهات البوصلة وجدنا المعدل لدالة الفاريوكرام متساوية لجميع البينات بالنسبة للزاويتين $(90^\circ, 0^\circ)$ وكذالك للزاويتين $(135^\circ, 45^\circ)$ لان لها نفس الازاحة $(h = 1,2, \dots, 10)$ اما بالنسبة للتنبؤ لوحظ ان منحني بيانات التوصيلة الكهربائية هو الأقرب الى النموذج الكروي من خلال خصائص دالة الفايروكرام لبيانات (EC)لدوال التغاير , والذي يتم تعريفه على النحو التالي

$$\gamma(h) = \begin{pmatrix} c_o + c & , \quad h > a \\ c_o + c[1.5\left(\frac{h}{a}\right) - 0.5(\left(\frac{h}{a}\right)^3 & , \quad h < a \\ c_o & , \quad h = a \end{pmatrix}$$

حيث خواص دوال الفاريوكرام تتمثل بتأثير الكتلة، المدى والتباين

$$(c_o = Nugget\ effect, a = range, c_o + c = \text{Sill})$$

وفي النموذج الكروي تكون خواص دالة الفاريوكرام على التوالي:

$$(c + c_0 = 2.34), (\ a = 9), (c_0 = 0.196)$$

اما في حالة منحني بيانات الاس الهيدروجيني هو الاقرب الى نموذج كاوس من خلال خواص دالة الفاريوكرام لبيانات PH لدوال التغاير، والذي يتم تعريفه على النحو التالي:

$$\gamma(h) = \begin{pmatrix} c_o + c & , \quad h > a \\ c_\circ + c\left[1 - exp(-\frac{h^2}{a^2})\right] & , \quad h < a \\ c_o & , \quad h = a \end{pmatrix}$$

حيث خواص دوال الفاريوكرام تتمثل بتأثير الكتلة، المدى والتباين

$$(c_o = Nugget\ effect, a = range, c_o + c = \text{Sill})$$

$$(c + c_0 = 6.81), (\ a = 9), (c_0 = 0.3364)$$

وفي النموذج الكاوسي تكون خواص دالة الفاريوكرام على التوالي:

تم تطبيق خمسة مواقع عشوائية في هذا التنبؤ للحصول على أفضل مقدر باستخدام مقدر كريكنك لكل متغير كما في الجدول التالي:

جدول (5) خمسة مواقع للتنبؤ ببيانات التربة مع إجراءات صحة التنبؤ للنماذج الناتجة

Model on	$\hat{z}(x_0)$	MSE	RMSE	KRMSE	σ_{ok}^2
Gaussian	6.95	0.221	0.3479	0.230	0.223
Gaussian	269	0.200	0.5244	0.332	0.289
Exponential	5	0.332	0.4486	0.402	0.178
Exponential	0.028	0.178	0.3302	0.367	0.223
Spherical	3.9	0.219	0.2335	0.305	0.256

يوضح الجدول (5) خمسة مواقع للتنبؤ ببيانات التربة مع إجراءات الأساسية لإيجاد صحة التنبؤ للمقدر، ونلاحظ صغر النتائج في (MSE، RMSE، وσ_{ok}^2 ,KRMSE) حسب معادلات معايير صحة الخطأ (9,8,7) وتوضح النتائج في الجدول أصغر القيم، وهذا يدل على دقة التنبؤ وصحة التحقق المتبادل.

4. الاستنتاجات والتوصيات:

إن النموذج المقترح في تنبؤ العملية العشوائية المكانية في هذا البحث تم تطبيقه على بيانات مركبات الترابة لبيانات حقيقية مكانية وباستخدام معادلات كريكنك للتنبؤ ومعادلات الاوزان وكذلك حساب و توفيق دالة الفاربوكرام و دالة التغاير بأخذ عينة عشوائية مع مواقعها للحصول على نتائج جيدة للمواقع المراد التنبؤ عنها وهذه النتائج قريبة جداً من واقع البيانات الحقيقية عملياً مما يدل على تطابق الدراستين النظرية والعملية والذي يدعم هذا التطابق هو العدد الصغير في تباين كريكنك وتباين مقدر كريكنك وكذلك الحصول على نماذج رياضة التغاير مثل النموذج الكروية ونموذج كأوس تتطابق تقريباً مع معاير صحية الخطأ MSE , RMSE , KRMSE مما يوكد على صحة التنبؤ بسبب صغر النتائج.

5. المصادر:

علي، م. ح.، وضاهر، ج. م. (2023). استخدام الكريج العالمي للبيانات المكانية الزمنية لتلوث التربة بالمعادن في منطقة الكرامة الصناعية بمدينة الموصل. مجلة الكتاب للعلوم البحتة، 7(02)، 99-114

بروفيلي، م. أ.، سانسو، ف.، وفينوتي، ج. (2003). مناقشة حول مبدأ تنبؤ وينر-كولموغوروف باستخدام متغيرات سهلة الحساب ومتينة. مجلة الجيوديسيا، 76، 673-683.

كريسي، ن. (1985). ملاءمة نماذج الفاريوغرام باستخدام طريقة المربعات الصغرى المرجحة. مجلة الجمعية الدولية للجيولوجيا الرياضية، 17، 563-568. https://doi.org/10.1007/BF01032109

إبراهيم، س.، وضاهر، ج. (2022). الجمع بين المنطق الضبابي وتقنية الكريجينغ في ظل عدم اليقين للتنبؤ بالبيانات المكانية. مجلة التربية والعلوم، 31(3)، 123-0. http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)l

كريج، د. ج. (1951). نهج إحصائي لبعض مشاكل تقييم المناجم الأساسية في ويتواترسراند. مجلة معهد جنوب أفريقيا للتعدين والمعادن، 52، 119-139 https://journals.co.za/content/saimm/52/6/AJA0038223X_4792

كومار،ف(2006) قياس مستويات المياه الجوفية دراسة حالة ،المجلة الهيدروجينية المكانية 81،6-94.

أوليفر، م. أ.، ووبستر، ر. (2014). دليل تعليمي في الإحصاء الجغرافي: حساب ونمذجة الفاريوجرامات والكريجينغ. كاتينا، 113، 56–69. https://doi.org/10.1016/j.catena.2013.09.006

عمر، هـ. (1987). الكريجين البايزي – دمج الملاحظات والتخمينات المؤهلة في الكريجين. الجيولوجيا الرياضية، 19، 25–39.

عمري، هـ.، وهالفورسن، ك. ب. (1989). الجسر البايزي بين الكريجين البسيط والشامل. الجيولوجيا الرياضية، 21، 767–786.

ريبلي، ب. د. (1981). الإحصاءات المكانية، نيويورك، جون وايلي.

صالحي، م.، وأورال، هـ. ف. (2023). مثال على طريقة الكريجين القائمة على درجة الحرارة البيئية لرسم خرائط الارتفاع باستخدام برنامج ArcGIS. مجلة جامعة غازي للعلوم، الجزء أ: الهندسة والابتكار، 392–401. http://dergipark.org.tr/gujsa

سومایاسا، و.، وسوتياري، د. ك.، وسوتيسنا، و. (يونيو 2021). التنبؤ الأمثل في العمليات المكانية المتساوية الخواص باستخدام نموذج فاريوجرام كروي مع تطبيقه على بيانات نبات الذرة. في مجلة الفيزياء: سلسلة المؤتمرات (المجلد 1940، العدد 1، ص 12003). دار نشر IOP. https://www.doi.org/10.1007/s10653-021-01183-8

واكرناجل، هـ. (2003). الإحصاء الجغرافي متعدد المتغيرات: مقدمة مع تطبيقات. سبرينغر.

شو، هـ.، وتشانغ، س. (2023). تطوير وتطبيقات التحليل المكاني القائم على نظم المعلومات الجغرافية في الكيمياء الجيولوجية البيئية في عصر البيانات الضخمة. الكيمياء الجيولوجية البيئية والصحة، 45(4)، 1079–1090

Ali, M. H., & Dhahir, G. M. (2023). Using Universal Kriging for Spatiotemporal Data of Soil Pollution with Metals in Al Karama Industrial Area in Mosul City. Al-Kitab Journal for Pure Sciences, 7(02), 99-114.

Brovelli, M. A., Sanso, F., & Venuti, G. (2003). A discussion on the Wiener–Kolmogorov prediction principle with easy-to-compute and robust variants. Journal of Geodesy, 76, 673-683.

Cressie, N. (1985). Fitting variogram models by weighted least squares. Journal of the international Association for mathematical Geology, 17, 563-586. https://doi.org/10.1007/BF01032109

Ibrahim, S., & Dhaher, G. (2022). Combination of Fuzzy Logic and Kriging Technique Under Uncertainty for Spatial Data Prediction. Journal of Education and Science, 31(3), 123-0. http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)l

Krige, D.G. (1951). A Statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 52, 119-139. https://journals.co.za/content/saimm/52/6/AJA0038223X_4792

Kumar,V.and R.(2006).Kriging of groundwater levels, case study. Journal of Spatial Hydrology,6,81-94.

Oliver, M. A., & Webster, R. (2014). A tutorial guide to geostatistics: Computing and modelling variograms and kriging. Catena, 113, 56-69.. https://doi.org/10.1016/j.catena.2013.09.006

Omre, H. (1987). Bayesian kriging—Merging observations and qualified guesses in kriging. Mathematical Geology, 19, 25-39.

Omre, H., & Halvorsen, K. B. (1989). The Bayesian bridge between simple and universal kriging. Mathematical Geology, 21, 767-786.

Ripley, B.D. (1981). Spatial Statistics, New York, John Wiley.

SALEHI, M., & Oral, H. V. (2023). An Example of Kriging Method based on Environmental Temperature for Altitude Mapping Using ArcGIS Software. Gazi University Journal of Science Part A: Engineering and Innovation, 392-401. http://dergipark.org.tr/gujsa

Somayasa, W., Sutiari, D. K., & Sutisna, W. (2021, June). Optimal prediction in isotropic spatial process under spherical type variogram model with application to corn plant data. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1940, No. 1, p. 012003). IOP Publishing. https://www.doi.org/10.1007/s10653-021-01183-8

Wackernagel, H. (2003). Multivariate Geostatistics: An Introduction with Applications. Springer.

Xu, H., & Zhang, C. (2023). Development and applications of GIS-based spatial analysis in environmental geochemistry in the big data era. Environmental Geochemistry and Health, 45(4), 1079-1090.